

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
“ADOLF HAIMOVICI”**

**Etapă locală, 25 februarie 2012  
Filiera: teoretică profil științe ale naturii**

**Clasa a X-a**

1.a) Fie  $E(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$

Arătați că  $\sqrt{n+1} \cdot E(n) \in \mathbb{N}$ , oricare ar fi numărul natural  $n > 1$ .

b) Fie  $\left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} \right) (\sqrt{x} + \sqrt{y})$ . Arătați că  $E(x, y) = -4$ , oricare ar fi numerele  $x, y$  strict pozitive distincte.

Etapă locală Adolf Haimovici 2008, Iași

2. Fie  $z_1 = 2 - 2i, z_2 = 1 + i$ . Calculați:  $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 - 2z_2}, |z_1| + |z_2|, \left( \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{2}} \right)^{2008}$ .

Etapă locală Adolf Haimovici 2008, Iași

3.a) Calculați:  $\log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{4}{3} + \dots + \log_3 \frac{243}{242}$ .

b) Determinați valorile lui  $x$  pentru care  $\log_3(3x-1) \geq \log_3(3-x)$ , folosind monotonia funcției logaritmice cu baza supraunitară și ținând cont de condițiile de existență ale funcției logaritmice.

Etapă locală Adolf Haimovici 2008, Iași

4. Între localitățile A și B sunt 70 km. Cosmin pleacă din localitatea A spre localitatea B și parcurge, în prima etapă 34 km cu o viteză constantă. Apoi se odihnește o oră și ajunge în localitatea B după 14 ore de la plecare, mergând cu viteză dublă față de viteza din prima etapă.

Determinați viteza cu care s-a deplasat Cosmin în prima etapă.

Olimpiada județeană Adof Haimovici 2011, enunț

modificat

Subiectele au fost selectate și propuse de profesor Tarciniu Vochița

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7